

Cahier de texte

Année scolaire 2025-2026

Semaine du 15 septembre 2025

Semaine du 7 septembre 2025

vendredi (10h-12h et 13h-15h)

▷ **Bilan du DM n° 1.**

▷ **Cours.** Chapitre 4 – Fonctions

Partie A : Résultats généraux

- Propriétés globales d'une fonction.
 - ★ Signe d'une fonction. Signe d'une fonction obtenue par opération.
 - ★ Variations d'une fonction. Monotonie. Variations d'une fonction obtenue par opération. Apport de la stricte monotonie sur le passage à une fonction dans une inégalité, sur la monotonie d'une composition, sur l'unicité d'un éventuel antécédent.
 - ★ Fonction majorées, minorées, bornées. Minimum, maximum, extremum d'une fonction. Utilisation de la monotonie pour déterminer un maximum ou un minimum.
 - ★ Translations affine d'une fonctions (contractions, dilatations, symétries). Fonctions paires, impaires. Réciproque d'une bijection impaire. Fonctions périodiques. Interprétations géométriques.
 - ★ Propriétés de stabilité (partie stable, point fixe).

Partie B : Rappels et compléments sur les limites, la continuité et la dérivabilité

- Limites d'une fonction.
 - ★ Rappel des définitions vues en Terminale : limite finie, infinie en un réel ou en $\pm\infty$. Limite à gauche/droite. Unicité de la limite.
 - ★ Opérations algébriques sur les limites. Limites 0^+ et 0^- . Formes indéterminées. Premières méthodes pour lever une forme indéterminée. Limite d'une composée.
 - ★ Théorème d'encadrement. Théorème de majoration/minoration.
 - ★ Asymptotes horizontales, verticales, obliques. Branches paraboliques.
- Continuité.
 - ★ Continuité en un point, sur un domaine. Notation $\mathcal{C}^0$.
 - ★ Opérations algébriques sur les fonctions continues. Composition de fonctions continues. Prolongement par continuité.

mercredi (13h-16h)

▷ **Cours.** Chapitre 4 – Fonctions

Partie A : Résultats généraux

- Fonction d'une partie de $\mathbb{R}$ dans une autre. Domaine de définition. Notations. Image d'un réel par une fonction. Ensemble image. Antécédents. Fonctions égales, fonctions constantes.
- Courbe représentative d'une fonction. Équations d'un ensemble de points du plan. Droites et fonctions affines.
- Opérations sur les fonctions
 - ★ Restriction et prolongements.
 - ★ Opérations algébriques sur les fonctions (addition, soustraction, multiplication par une constante, produit, inverse, quotient).

- ★ Composition de fonctions.
- ★ Fonction bijective. Réciproque d'une bijection. Interprétation géométrique. Caractérisation.
- Propriétés globales d'une fonction.
 - ★ Signe d'une fonction. Signe d'une fonction obtenue par opération.
 - ★ Variations d'une fonction. Monotonie. Variations d'une fonction obtenue par opération. Apport de la stricte monotonie sur le passage à une fonction dans une inégalité, sur la monotonie d'une composition, sur l'unicité d'un éventuel antécédent.
 - ★ Fonction majorées, minorées, bornées. Minimum, maximum, extremum d'une fonction. Utilisation de la monotonie pour déterminer un maximum ou un minimum.
 - ★ Translations affine d'une fonctions (contractions, dilatations, symétries). Fonctions paires, impaires. Réciproque d'une bijection impaire. Fonctions périodiques. Interprétations géométriques.
 - ★ Propriétés de stabilité (partie stable, point fixe).

▷ **Exercices.**

- TD n° 3 :

mardi (8h-10h et 10h-12h)

▷ **Exercices.**

- TD n° 3 :

lundi (9h-12h)

▷ **Cours.** Chapitre 3 – Propriétés des nombres réels

- Majorants, minorants, maximum, minimum.
 - ★ Partie entière d'un réel.
- Racines d'un réel positif.
 - ★ Existence admise. Preuve de l'unicité. Notations $\sqrt[n]{x}$ et $x^{1/n}$. Propriétés.
 - ★ Trinômes du second degré. Forme canonique. Discriminant. Théorème de factorisation. Racines. Relations coefficients/racines. Maximum/minimum d'un trinôme.

▷ **Exercices.**

- TD n° 3 : 2,7

Semaine du 1^{er} septembre 2025

samedi (8h-12h)

▷ **Cours.** Chapitre 3 – Propriétés des nombres réels

- Les ensembles de nombres réels.
 - ★ Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$.
 - Tableaux de signe.
 - Passage à la puissance entière dans une inégalité.
 - Intervalles. Notation $\llbracket p ; n \rrbracket$.
 - ★ Valeur absolue. Propriétés. Liens avec les intervalles. Inégalité triangulaire. Inégalité triangulaire renversée.
- Majorants, minorants, maximum, minimum.
 - ★ Majorant, minorant d'une partie non vide. Partie bornée. Premières méthodes pour trouver un majorant/minorant d'une partie.
 - ★ Maximum, minimum d'une partie, d'une famille de réels. Unicité du maximum/minimum. Le cas des intervalles.

- ★ Théorèmes d'existence de maximum ou de minimum (parties non vides de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ majorée, minorées). Preuve du principe de récurrence. Ensemble fini. Premières méthodes pour trouver un maximum/minimum d'une partie. Petite introduction aux bornes supérieures/inférieures.
- ★ Partie entière d'un réel. Démonstration de l'unicité.

▷ **Exercices.**

- TD n° 2 : 9,10,13

vendredi (10h-12h et 13h-15h)

▷ **Cours.** Chapitre 2 – Raisonnements usuels

- Raisonnement par récurrence.
 - ★ Récurrence simple. Remarques sur la rédaction (l'hérédité de la preuve par récurrence de « $\forall n \geq n_0, P(n)$ » doit commencer absolument par : « Soit $n \geq n_0$. Supposons $P(n)$ vraie »).
 - ★ Récurrence double.
 - ★ Récurrence forte.
 - ★ Récurrence finie, récurrence descendante.

▷ **Exercices.**

- TD n° 1 : 10
- TD n° 2 : 1,4,5,7

▷ **Cours.** Chapitre 3 – Propriétés des nombres réels

- Les ensembles de nombres réels.
 - ★ Existence admise des ensembles de nombres réels ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$).
 - ★ Opérations algébriques dans $\mathbb{R}$.
 - Addition, soustraction, multiplication et division de réels. Développement, factorisation. Simplification de termes. Produit nul de réels. Stabilité.
 - Le cas des entiers naturels. Diviseurs, multiples. Parité. Division euclidienne. Nombres premiers, premiers entre eux. Décomposition en produits de facteurs premiers.
 - Le cas des rationnels. Opération dans $\mathbb{Q}$. Forme irréductible.
 - Puissances entières. Puissances de -1 . Propriétés des puissances. Identités remarquables pour deux ou trois termes.
 - ★ Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$.
 - Propriétés de réflexivité, antisymétrie, transitivité. Ordre total. Compatibilité avec addition et multiplication.
 - Inégalités larges et strictes. Signe d'un réel.

mercredi (13h-16h)

▷ **Exercices.**

- TD n° 1 : 1,3,5,7,10

▷ **Cours.** Chapitre 2 – Raisonnements usuels

- Raisonnement direct (règle du modus ponens).
- Raisonnement par contraposée.
- Raisonnement par l'absurde. Application : le principe des tiroirs.
- Raisonnement par disjonction des cas.
- Raisonnement par double implication.
- Raisonnement par analyse-synthèse.

mardi (10h-12h)

▷ Cours. Chapitre 1 – Logique, ensembles et quantificateurs

- Comment construire une démonstration.
 - ★ Conseils de rédaction (on écrit en français, on introduit les objets)
 - ★ Preuve d'une conjonction, disjonction. Preuve directe d'une implication. Preuve d'une équivalence (équivalences successives ou double implication). Raisonnement par implications multiples.
 - ★ Preuve d'une inclusion ou d'une égalité ensembliste (par équivalences ou par double inclusion).
 - ★ Preuve de l'existence d'un objet. Preuve d'une proposition universelle. Preuve de l'unicité d'un objet.
 - ★ Notion d'équation et d'inéquation.
- Annexe : alphabet grec.

lundi (11h-12h et 13h-16h)

▷ Cours. Chapitre 1 – Logique, ensembles et quantificateurs

- Éléments de logique.
 - ★ Proposition. Vocabulaire (axiome, théorème, lemme, corollaire, conjecture, démonstration). Propositions équivalentes.
 - ★ Négation, conjonction, disjonction. Distributivité. Lois de Morgan.
 - ★ Implication. Conditions nécessaires/suffisantes. Réciproque. Reformulation en terme de ou. Transitivité. Négation, contraposée d'une implication. Double implication.
- Vocabulaire ensembliste.
 - ★ Ensemble, éléments. Ensembles égaux. Ensemble vide. Cardinal d'un ensemble fini.
 - ★ Définition par extension. Propriété portant sur les éléments d'un ensemble. Définition par compréhension.
 - ★ Notion d'application d'un ensemble dans un autre. Image d'un élément. Ensemble image.
 - ★ Inclusion. Parties d'un ensemble. Différence d'ensembles. Complémentaires. Union. Intersection.
 - ★ Produit cartésien d'ensembles. Famille d'éléments d'un ensemble.
- Quantificateurs.
 - ★ Quantificateurs $\forall$ et $\exists$. Variable liée (ou muette), variable libre. Contre-exemples sur l'interversion de $\forall$ et $\exists$, sur la distributivité de $\exists$ sur et et de $\forall$ sur ou. Les quantificateurs ne sont pas des abréviations.
 - ★ Négation de proposition contenant des quantificateurs.
 - ★ Notation $\exists!$.
 - ★ Union et intersection d'une famille de parties.

lundi (8h-11h)

▷ Accueil.